NOVEMBER/DECEMBER 2018

BMA11 — ALGEBRA

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ be the roots of the equation $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$, find $\sum\alpha^3\beta$.

   $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ என்பன $x^4+px^3+qx^2+rx+s=0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\sum\alpha^3\beta$ காண்க.

2. Find the equation whose roots are the roots of $x^5+6x^4+6x^3-7x^2+2x-1=0$ with the signs changed.

   $x^5+6x^4+6x^3-7x^2+2x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் எதிர்குறிகளுடன் கூடிய மூலங்களைப் பெற்ற சமன்பாட்டைக் காண்க.

3. State Descarte's rule of signs.

   டெஸ்கார்டின் குறி விதியை எழுதுக.

1280

4. Write the use of Newton's method.

நியுட்டனின் சூத்திரத்தை எழுதுக.

5. Expand $(1+x)^{-2}$.

விரித்து எழுதுக: $(1+x)^{-2}$.

6. Show that

$$\left[\frac{a-b}{a}\right]+\frac{1}{2}\left[\frac{a-b}{a}\right]^2+\frac{1}{3}\left[\frac{a-b}{b}\right]^3+\ldots=\log_e a-\log_e b$$

நிறுவுக:

$$\left[\frac{a-b}{a}\right]+\frac{1}{2}\left[\frac{a-b}{a}\right]^2+\frac{1}{3}\left[\frac{a-b}{b}\right]^3+\ldots=\log_e a-\log_e b$$

7. Define Skew Hermitian matrix and give an example.

எதிர் ஹெர்மீசியன் அணியை வரையறுத்து ஒரு எடுத்துக்காட்டு தருக.

8. Write any two properties of orthogonal matrix.

செங்குத்து அணியின் இரு பண்புகளை எழுதுக.

9. Show that $x^5 - x$ is divisible by 30.

$x^5 - x$ என்பது 30 ஆல் வகுபடும் எனக் காட்டு.

10. State Wilson's theorem.

வில்சன் தேற்றத்தை கூறுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) If α, β, γ are the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ express the value of $\sum \alpha^2 \beta$ in terms of the coefficients.

α, β, γ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^2 \beta$ ன் மதிப்பை குணகங்களில் காண்க.

Or

(b) Solve the equation

$$x^4 + 20x^3 - 143x^2 + 430x + 462 = 0$$

by removing its second term.

$$x^4 + 20x^3 - 143x^2 + 430x + 462 = 0$$

என்ற சமன்பாட்டில் இரண்டாவது உறுப்பை நீக்கித் தீர்க்க.

12. (a) Show that $x^5 + 3x - 7 = 0$ cannot have more than one real root.

$x^5 + 3x - 7 = 0$ ற்கு ஒன்றைவிட அதிகமான மெய் மூலங்கள் இருக்கும் எனக் காட்டு.

Or

(b) Find the positive root of the equation $x^3 - 6x - 13 = 0$ correct to two decimals using Newton's method.

நியூட்டனின் முறையில் $x^3 - 6x - 13 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மெய் மூலத்தை இரு தசம இடத்திருத்தமாகக் காண்க.

13. (a) If $x = y - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} - \ldots$ and $|x| < 1$ show that

$$y = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots$$

$x = y - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} - \ldots$ மற்றும் $|x| < 1$ எனில்

$y = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots$ என நிறுவுக.

Or

(b) Show that $\frac{1^2.2^2}{1!} + \frac{2^2.3^2}{2!} + \frac{3^2.4^2}{3!} + = 27e$.

நிறுவுக : $\frac{1^2.2^2}{1!} + \frac{2^2.3^2}{2!} + \frac{3^2.4^2}{3!} + = 27e$.

14. (a) Diagonalise the matrix $A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ by a similarity transformation.

$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை ஒத்த உருமாற்றங்களை பயன்படுத்தி மூலைவிட்ட அணியாக மாற்று.

Or

(b) Find the eigen values and the eigen vectors of $\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ ன் ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களைக் காண்க.

15. (a) Find the highest power of 3 dividing 1000!.

1000! ஐ வகுக்கும் 3 ன் மீப்பெரு அடுக்கு காண்க.

Or

(b) Show that the 8th power of any number is of the form $17\,m$ or $17\,m \pm 1$.

ஓர் எண்ணின் 8 ன் அடுக்கு $17\ m$ அல்லது $17\ m \pm 1$ என்ற வடிவில் இருக்கும் என நிறுவுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Solve the equation

$$60x^4 - 736x^3 + 1433x^3 - 736x + 60 = 0.$$

சமன்பாட்டைத் தீர்க்க:

$$60x^4 - 736x^3 + 1433x^3 - 736x + 60 = 0.$$

17. Find the positive root of the equation $x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$ correct to three places of decimals by Horner's method.

$x^3 - 2x^2 - 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மூலத்தை ஹார்னர் முறையில் காண்க.

18. Sum to ∞ the series. $\frac{3}{18} + \frac{3.7}{18.24} + \frac{3.7.11}{18.24.30} + \ldots$

கந்தழிவரை கூடுதல் காண்க $\frac{3}{18} + \frac{3.7}{18.24} + \frac{3.7.11}{18.24.30} + \ldots$

19. Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

கெய்லி ஹெமில்டன் தேற்றத்தை $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு சரிபார்க்க.

20. If $M = 1.3.5 \ldots (p-2)$ where p is an odd prime, show hat $M^2 \equiv (-1)^{\frac{p+1}{2}} \pmod{p}$.

$M = 1.3.5 \ldots (p-2)$ எனில் $M^2 \equiv (-1)^{\frac{p+1}{2}} \pmod{p}$ என நிறுவுக. இதில் p என்பது ஒற்றைப்படை பகா எண்.
